

Mathematische Pendel mit LED und Faseroptik

Lajos Bogнар
dipl. El.-Ing. FH
eMail: efoquarz@bluewin.ch

Inhaltsverzeichnis:

Inhaltsverzeichnis	Seite	2
Vorwort		3
Zielsetzung der Arbeit		4
Sphärisch-Polar Pendel		6
Das mathematische Pendel (Definition)		6
Allgemeines		7
Aufbau und Funktion		8
Bauteile der Pendelaufhängung		10
Pendelaufhängung		13
Aufbau der Aufhängung		13
Pendel Aufbaukomponente		14
Polarkreis Sensor		16
Pendelsteuerung		17
Oszillator mit Polarkreiselsensor		18
Spannungsversorgung Netzteil		20
Abkürzungen,		21
Quellenverzeichnis		22

Vorwort:

Die vorliegende Arbeit begann im Rahmen meiner wissenschaftlichen Tätigkeit in meiner ehemaligen Firma EFOQUARZ GmbH in CH-6038 Gisikon/Schweiz, welche vor allem in den Bereichen Faseroptik und faseroptische Sensoren tätig war.

Die vorliegende Arbeit widmet sich besonders der Entwicklung einer Methode zur Charakterisierung der tatsächlichen Bewegungsstruktur einer Pendelaufhängung in Polarkoordinaten.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zunächst verschiedene auf dem Markt erhältliche Lagerungsmöglichkeiten (inkl. Messungen über die ganze Bandbreite) auf deren Eignung hin überprüft – leider erfolglos. Somit war ich gezwungen, eine neue, aufgrund meiner spezifischen Anforderungen basierende Lösung zu entwickeln.

Mehrere lösungsspezifisch entwickelte Aufhängungen habe ich realisiert, vermessen und charakterisiert. Dabei legte ich auf die Rolleigenschaften besonderes Gewicht, um eine optimale, den Polarkoordinaten gerecht werdende Rollbewegung zu entwickeln.

Bei der Entwicklung des Aufbaus einer geeigneten Aufhängung wurden sämtliche neu gewonnen theoretischen Erkenntnisse umgesetzt und getestet. Somit entstand eine beinahe optimale Lösung – eine Lösung die jedoch mit einem minimalen Rollverlust behaftet ist.

Bei der Umsetzung der Erkenntnisse habe ich u.a. auch zwischen feuchten und trockenen Rollbewegungsvarianten aufgrund von Messungen nicht vernachlässigbare, mit Zahlen belegbare Unterschiede eruiert.

Zielsetzung der Projekt-Arbeit:

Das Ziel meiner Arbeit ist es mit den heute zur Verfügung stehenden Mittel wie Elektronik, Glasfaseroptik und auch Feinmechanik, ein Pendel nach Galilei zu realisieren. Angestrebte Spezifikationen:

- Glasfaser als Pendel mit einer Länge von 1 Meter
- LED als Anzeige mit Richtung der Auslenkung
- Pendel-Rollaufhängung in Polarkoordinaten sowie
- Steuerung und Regelung der Auslenkungsamplitude.

In der vorliegenden Arbeit wird eine von mir neuentwickelte mikromechanische Pendelaufhängevorrichtung vorgestellt.

Das Design orientiert sich nach der Rollbewegung in eine sphärisch konkave Rollfläche. Die mechanische Struktur wird in der Aufhängevorrichtung so integriert, dass neben der Auslenkung auch die 360° Rotationsdrehbewegung ohne Hindernisse erfüllt wird. Amplituden der Auslenkung in unserem Aufbau mit Glasfaser wird nur durch die numerische Apertur begrenzt. Die Glasfaser besitzt in unserer Anwendung eine NA 0,22.

Somit wird die maximale Auslenkung auf 12° beschränkt. Die Arbeit konzentriert sich auf eine einfache Lösung, welche sich auch realisieren lässt. Dabei kommen analytische Methoden, die eine Rollaufhängung optimal und übersichtlich darstellen lässt, zur Anwendung.

Der erste Teil der Arbeit bezieht sich im Allgemeinen auf den Entwurfsprozess, die Modellierung und die Simulation mikromechanischer Strukturen. Vorgestellt wird die gemeinsame Lösung gekoppelter Felder mit Netzwerkmethod und die Lösung mittels Simulatorkopplung. Ein wesentlicher Bestandteil der Arbeit untersucht das Rollverhalten mikromechanischer Elemente im engen Bewegungsraum. Es werden verschiedene Möglichkeiten der Polarbewegungen mit Rollelementen realisiert und untersucht

.
Eine wichtige Besonderheit gegenüber anderen Lösungsvarianten ist die LED Lichteinkoppelung in die Glasfaser, die gleichzeitig die Pendelbewegung sichtbar macht. Dadurch wird nicht nur die Ausleuchtung der Pendelbewegung visualisiert sondern auch die Aufhängung, die sich stets im Brennpunkt der LED befindet.

Zunächst wird das Schwerkraft im Entwurf auf den mechanischen Aufbau der Aufhängung gelegt, welcher die erforderlichen Bewegungen in Polarkoordinaten ermöglicht. Zudem werden die Elektronik und die technologische Funktion grob vorgestellt, wie der Komponentenentwurf unmittelbar mit der Technologie verknüpft ist und wie das elektromechanische Verhalten im Zusammenhang mit der Steuerelektronik gesehen werden muss

Die enge Verknüpfung von Entwurf und Technologie erfordert ein enges Zusammenwirken von Technologen und Entwerfern. Durch die Weiterentwicklung der technologischen Möglichkeiten ergeben sich neue Freiheitsgrade im Entwurf und durch die Optimierung bestehender Prozesse werden Geometrietoleranzen entscheidend verringert. Ein Überblick der modernen Technologien der Mikromechanik wird deshalb in folgendem Abschnitt ausführlich behandelt.

Der Entwurfsprozess in der Mikrosystemtechnik erfolgt wie in der Mikroelektronik rechen-gestützt. Jedoch ist eine vergleichbare Automatisierung und Durchgängigkeit noch nicht erreicht. Man kann sich nur in wenigen Fällen auf bereits validierte Bauelemente aus Bibliotheken abstützen, die eine wichtige Voraussetzung für den automatisierten Entwurf sind. Folgender Abschnitt beschreibt Methoden und Werkzeuge für den Mikrosystementwurf.

Sphärisch-Polare Pendel:

Sphärische Pendelbewegungen in Polarkoordinaten lassen sich am einfachsten in Kugelkoordinaten beschreiben. Die Pendelbewegung wird innerhalb der Polarkoordinatenebene ausgeführt. Die Pendelaufhängung und auch Pendelbewegung sind in den Polarkoordinaten durch drei sphärische Rollflächen sichergestellt.

Position und Auslenkung des Pendels wird durch den grünen LED Lichtstrahl visualisiert.

Der sogenannte Faden zwischen Aufhängepunkt und Pendelkörper besteht aus einer Lichtleiter (Fiberoptik) aus Quarzglas (SiO_2). Damit wird die Position des Pendels und dessen Auslenkung ohne Unterbruch angezeigt.

Das mathematische Pendel zeichnet sich durch folgende Merkmale aus:

Die Aufhängung hat nur Rollflächen ohne Reibung; die Bewegung ist durch sphärische Gleitflächen in den Polarkoordinaten für α und φ Winkelbewegungen erfüllt.

α = Polarwinkel

φ = Azimutwinkel

Die Masse des Pendelkörpers ist bei der Aufhängung in einem Punkt konzentriert.

Die Aufhängung wird massenlos angenommen. Der Durchmesser der Glasfaser beträgt **0,6 mm** und die Faserlänge **1000 mm**.

l = Pendellänge

Die Pendelschwingung wird allein durch die Länge des Pendels, d.h. die Glasfaserlänge und die Schwerkbeschleunigung bestimmt.

Quarzglas hat eine wesentlich kleinere thermische Ausdehnung als alle Metalle, und folglich eine bessere Temperaturstabilität der Pendelfrequenz.

Allgemeines:

Wir alle zählen zu den Erdbewohnern und wir bewegen uns alle auf der Erde, und die Erde dreht sich mit uns einmal in 24 Stunden. In Mitteleuropa beträgt die Breitengradlänge ca. 20`000 km. Demzufolge sind wir einer Erdrotationsgeschwindigkeit von 833 km/h ausgesetzt, ohne dies zu realisieren bzw. wahrzunehmen.

Diese Kraft nennen wir Corioliskraft, welche auf alle sich bewegenden Massen eine bestimmte Auswirkung hat.

Benannt ist diese Kraft nach Gaspard Gustave de Coriolis; im Jahre 1835 hat er diese Kraft erstmals mathematisch berechnet.

Der Einfluss der Erdrotation auf die Bewegung von Massen wurde erstmals von Isaac Newton untersucht. Frühere Messungen lassen sich bereits im Jahre 1791 von Giovanni Battista Guglielmini aus Bologna nachweisen.

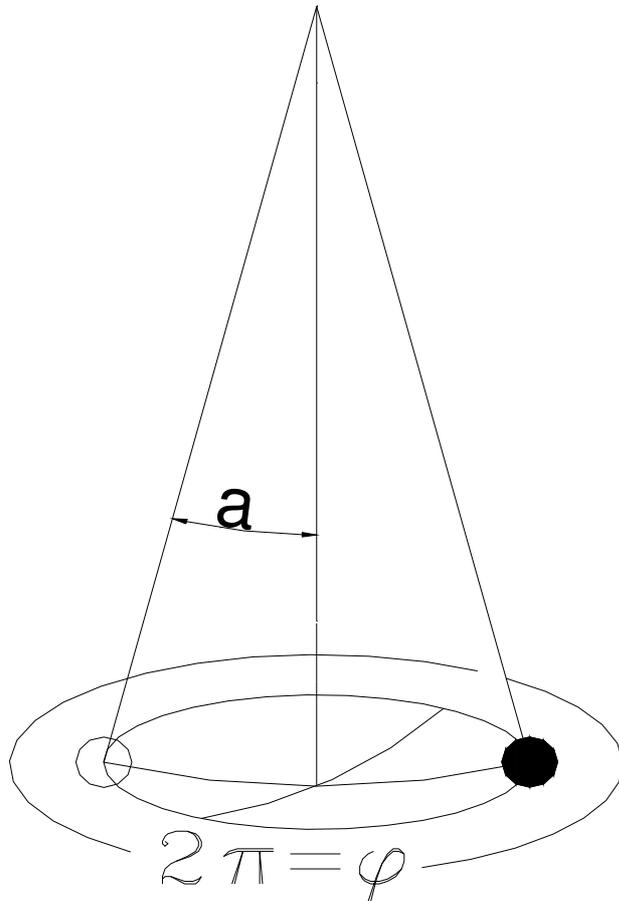


Abb. 1

Aufbau und Funktion

Die Lage und der Bewegungszustand eines Massenpunktes im Raum werden üblicherweise mittels der Koordinaten bezüglich eines Referenzsystems angegeben.

$$\mathbf{q} = \mathbf{V} = \text{Constant}$$

$$\mathbf{q} = 0$$

\mathbf{q} = Verschiebungsvektor

\mathbf{V} = Geschwindigkeit

Die Lage des Ursprungs des Referenzsystems bestimmt dabei, auf welchen Ort sich die Koordinatenangabe bezieht. Dabei gilt uneingeschränkt das erste Newtonsche (Trägheits-) Gesetz.

Im Polarpendelkreisel wird zur Anzeige von Drehbewegungen die im rotierenden Bezugssystem auftretende Coriolis-Beschleunigung bzw. die Corioliskraft nach folgender Gleichung ermöglicht (Zentrifugalkraft) oder Corioliskraft:

$$\mathbf{F}_C = - 2\mathbf{m} * \boldsymbol{\alpha} * \mathbf{V}$$

\mathbf{m} = Masse

Die sphärische Bewegung des Pendels wird am einfachsten in Kugelkoordinaten beschrieben:

$$\mathbf{l}(t) = (l, \alpha, \varphi,)$$

l = Länge des Pendels

α = Polarwinkel

φ = Azimutwinkel

Der sphärische Pendel wird vereinfacht im Aufhängepunkt von zwei Kugeln als masseloser Rollkörper positioniert (ohne Berücksichtigung des Rollwiderstandes).

Beim Aufbau wird besondere Beachtung auf die Energieerhaltung und auch auf die Drehimpulserhaltung gelegt. Rollverluste (Polarwinkel und Coriolis) wie auch Winkelverluste (Azimutwinkel) lassen sich nicht vermeiden, jedoch minimieren und auch in Zahlen erfassen.

Als Folge der Schwerkraft \mathbf{G} ergibt sich bei Auslenkung des Pendels der Masse m eine Kraft $\mathbf{F}_1(\mathbf{t})$ die tangential zur sphärischen Pendelbewegung wirkt. Radiale Kraftkomponenten haben keine Bedeutung, da sie in Richtung des Aufhängefadens wirken. Die Rückstellkraft nimmt mit dem Auslenkungswinkel φ zu.

φ = Azimutwinkel/Auslenkungswinkel

\mathbf{G} = Schwerkraft

Bauteile der Pendelaufhängung

Sphärisch bearbeitete Schalen als Rollfläche, zwei Kugelrollen und zwei Kugelrollführungen, welche die Richtung der Auslenkung beeinflussen.

Die sphärische Pendelaufhängung besteht ausschliesslich aus Roll-Bauteilen.

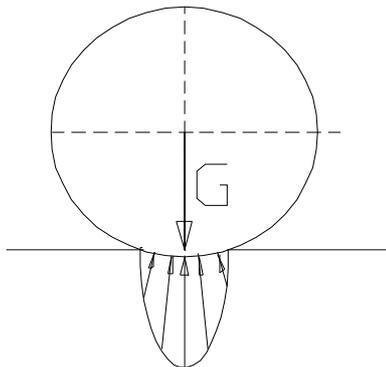


Abb. 2

Jede Pendel-Bewegung ist mit Rollwiderstand behaftet. Der Rollwiderstand entsteht wenn durch Kräftebelastung eine Rollbahn deformation gemäss Abb. 2 entsteht, d.h. wenn eine harte Kugel auf einer weichen Unterlage dargestellt wird.

Die folgende Abb.3 zeigt ferner die Kräfteverhältnisse der Kugel mit dem Radius r ,

und mit dem Gewicht **G** wird nach unten ein Druck auf die Rollbahn erzeugt.

Der Pfeil **-G**, als Gegenreaktion zur Rollbahn zeigt entgegengesetzt aber mit einer bestimmten Entfernung **d** vom Kugelmittelpunkt in die Bewegungsrichtung.

Der Rollwiderstand lässt sich auch als Reibung folgendermassen darstellen:

$$\mathbf{K}_R = \mu_G \cdot \mathbf{G}$$

r = Kugelradius

G = Gewicht

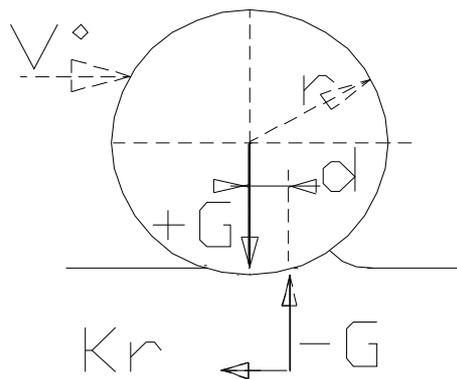


Abb. 3

Damit die Kugeln in Bewegung gehalten werden können, wird eine Kraft **K_r** für die Rollbewegung benötigt. Das durch die Kräfte **G** und **r** erzeugte Kräftepaar verursacht ein Drehmoment **D_m**.

$$\mathbf{D}_m = \mathbf{G} \cdot \mathbf{d}$$

Dm = Drehmoment

Die benötigte Mindestkraft **K_r** muss mit der Kraft der Rollreibung im Gleichgewicht

sein. Diese zwei Kräfte bilden ein Kräftegleichgewicht, die Entfernung zwischen diesen zwei Kräften ist in diesem Falle der halbe Kugeldurchmesser oder der Kugelradius **r**.

$$D_m = K_r \cdot r$$

$$D_m = \text{Minimalkraft}$$

Wenn die beiden Momente gleich sind, so lässt sich der Rollwiderstand auch festhalten wie folgt:

$$K_r = (D/r) \cdot G$$

Dort wo **μ** dem Rollreibungsfaktor entspricht, kann dies auch wie folgt festgehalten werden:

$$\mu = D/r$$

$$\mu = \text{Rollreibung}$$

Wenn die Kugeln zwischen zwei Rollflächen eingeschlossen sind, führt das Ergebnis zu ähnlichen Werten, jedoch mit dem Unterschied, dass die Kraft **K_r** auch auf die obere Kugelhälfte wirkt.

$$D_m = K_r \cdot 2r$$

$$D_m = \text{Drehmoment}$$

Der Rollreibung lautet:

$$\mu = D/2r$$

$$\mu = \text{Rollreibung}$$

Sollt der Wert D klein sein, so ist der Rollwiderstand wesentlich kleiner als die Rollreibung. Das bedeutet, dass die Kugeln wie die Rollbahn aus sehr hartem Material angefertigt wurden (gehärteter Stahl, Hartmetall, Quarzkristall, usw.)

Pendelaufhängung:

Die Pendelaufhängung muss die Bewegungen in den vorgesehenen Polarkoordinaten erfüllen.

Das bedeutet, dass die (1 Sekunden) Pendelauslenkung und die von der Erdrotation verursachte Veränderung (Corioliskraft) auch angezeigt werden.

Pendel Aufbaukomponente:

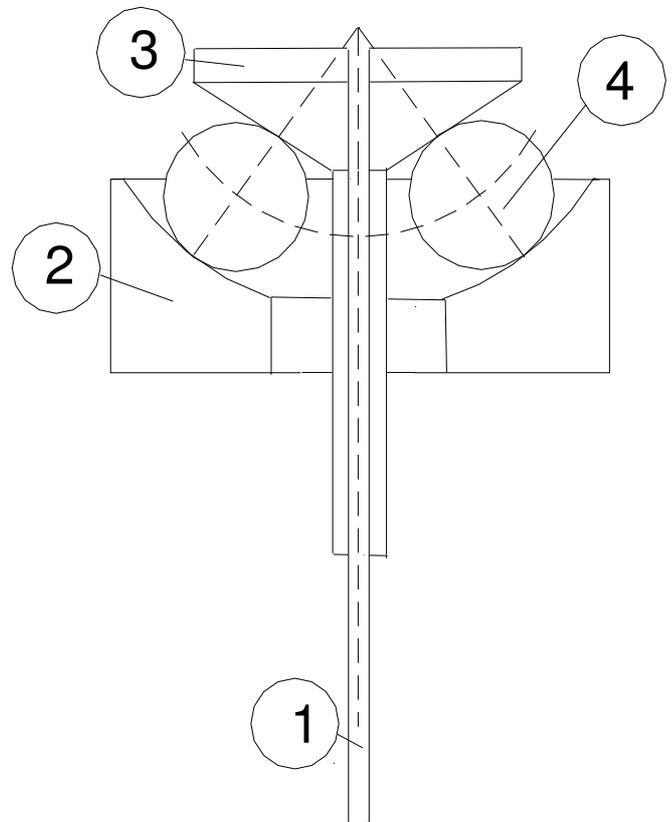


Abb. 4

Der Aufbau der Aufhängung besteht gemäss Abb.4 aus vier Aufbaukomponenten,

1. Glasfaser: Verbindung zwischen Drehpunkt (punktförmig) und Gewicht (1 kg)
2. Sphärische Rollschale
3. Sphärische Rollbahn für die zwei Rollkugeln
4. zwei Rollkugel von je 2 mm Durchmesser.

Die zwei gehärteten und polierten Stahlkugeln haben die Aufgabe, die Pendelbewegung sowohl der Pendelauslenkung **+ - 12°** und die Rotation der zylindrischen Rollbahn um **3°60** in der sphärischen Rollschale sicherzustellen.

Position 3 ist mit dem Pendelgewicht von 1 kg sowie mit der Glasfaser drehsicher verbunden. Dadurch wird die Coriolis Kraftübertragung vom Pendelgewicht über die Glasfaser bis auf die Kugeln sichergestellt.

Die Auslenkung des Pendels ist durch die numerische Apertur der Glasfaser **NA 0.22** beschränkt.

An der oberen Spitze endet die **1000 mm** lange Glasfaser und am unteren Ende befindet sich eine Kugellinse; damit ist bei maximaler Auslenkung eine ausreichende Ausleuchtung mit **LED** sichergestellt.

Durch das Pendelgewicht von **1 kg** ist die Positionierung der zwei Kugeln ausreichend sichergestellt. Die Kugeln positionieren sich automatisch in der sphärischen Rollfläche -ohne die Kugeln führen zu müssen. Durch diese Konstruktion/Anordnung erreicht man einen noch geringeren Rollwiderstand.

Die Pendelrollbewegungen lassen sich auf eine Doppelrollbewegung zwischen einer sphärischen und einer zylindrischen Ebene bei minimalem Rollwiderstand erklären. Bei 1000 mm Pendellänge ist die Zeit 1 Sekunde; folglich 3600 Sekunden in einer Stunde. Die dagegen durch die Corioliskraft verursachte Drehung in unserem Breitengrad (47°) entspricht einer Pendeldrehung von nur 10,97° (im Idealfall) d.h. ohne jegliche Rollwiderstandsverluste:

$$a = (360/24) \sin 47^\circ = 10.97^\circ$$

Wenn Rollwiderstandsverluste (2-3°) eingerechnet werden, so verbleibt reell eine unter 10° Drehung als akzeptabel.

Polarkreis-Sensor:

Glasfaser

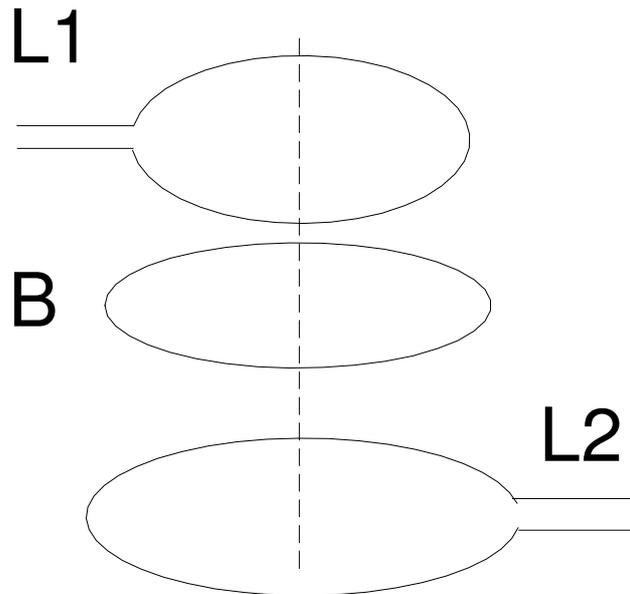


Abb. 5

Der Pendelsensor hat die Aufgabe, den Pendelausschlag dauernd in der Polarkoordinate zu überwachen, die Rollverluste des Pendels zu ermitteln und notfalls eine Korrektur durch die Regelelektronik einzuleiten.

Der Sensor besteht aus zwei Spulen **L1 = (L11 + L12)** und **L2**; dazwischen ist eine Trennblende **B** aus Aluminium als Abschirmung angebracht. Die beiden Spulen **L1** und **L2** sind ortsfest im Pendelmittelpunkt angeordnet; dazwischen ist die runde Blende **B** als Abschirmblende mit der Pendelaufhängung fest verbunden; somit kann die Pendelposition real ermittelt werden.

Der Oszillator **L1** besteht aus einer zusammengesetzten Arbeitsspule **L12** und der

Rückkopplungsspule **L11**, welche durch einen Oszillator mit ca. 150 kHz dauernd in Betrieb ist. Die Spule ist natürlich ohne Kern und demzufolge erzeugt diese ein relativ grosses Streufeld. Im freien Spulenzentrum kann der Pendel frei schwingen ohne den Oszillator zu beeinflussen.

Die Spule **L2**, die Sekundärspule des Sensors, ist auch ohne Kern und derart angeordnet, dass durch das Streufeld in der Sekundärspule (ohne Blende) noch genügend Signal induziert wird. Wird die Blende **B** zwischen **L1** und **L2** eingebaut und in der Mitte positioniert (Ruhelage des Pendels), so wird die Spule **L2** vom Streufeld abgeschirmt, dann entsteht eine minimal induzierte Spannung.

Bewegt sich die Blende mit der Pendelaufhängung und verlässt die Pendelruhelage, so öffnet die Blende **B** den Weg für das Streufeld; in der Sekundärspule wird somit die Wegänderung proportional zu einer höheren Spannung führen.

Erfüllt der Sensor die gestellten Anforderungen der Polarkoordinaten, wird die Pendellage dauernd erfasst und wenn nötig auch der eingestellte Sollwert beeinflusst.

Pendelsteuerung:

Die Pendelzeit wird allein durch die Pendellänge bestimmt, sie beträgt bei 1000 mm Pendellänge 1 Sekunde.

In der Pendelmasse ist noch ein runder permanenter Scheibenmagnet eingebaut, welcher mitschwingt und pro Auslenkung (nur in der Mittellage) in der Spule **L3** Spannung induziert.

Diese Spannung wird zuerst verstärkt und dann der Spule **L4** zugeführt. Die Spule **L4** erzeugt ein Magnetfeld als Stosskraft auf das Pendelmagnet. Das Pendelmagnet ist in der Pendelmasse integriert und bilden das statische Pendelgewicht. Erreicht die Pendelauslenkung den eingestellten Schwellenwert, so wird der Impuls bis ca. 15 Sekunden unterbrochen.

Während dieser Pause wird die Auslenkung durch den Rollwiderstand geringer (Rollverluste). Der Pendel wird nach diesem Unterbruch erneut mehrmals angestossen, bis der eingestellte Schwellenwert erreicht und die magnetische Stosskraft erneut unterbrochen wird. Die Regulierung findet pro Auslenkung und bei einer Pendeldrehung um 360° statt. Dieser Regulierungsvorgang wird während der ganzen Betriebszeit aufrecht erhalten.

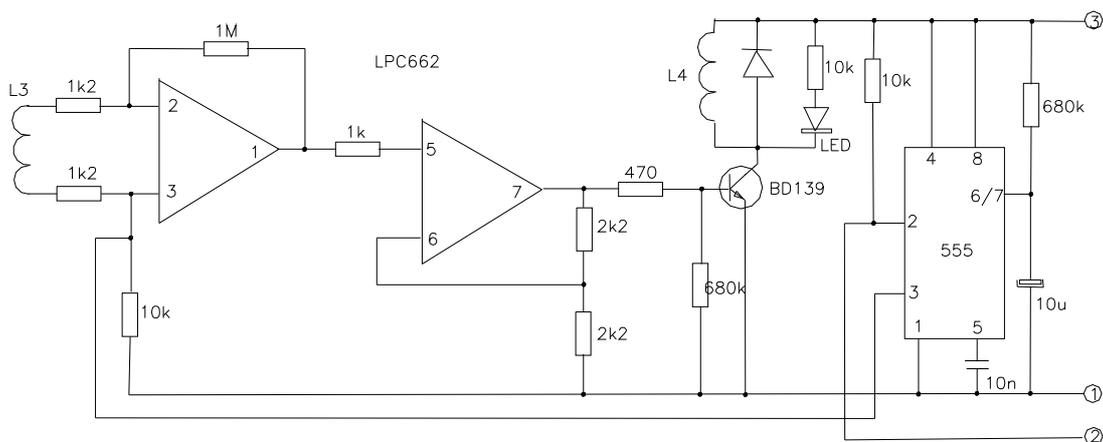


Abb. 5

L₃ = Pendelspule

L₄ = Spule zu Pendelstossen

Oszillator mit Polarkreiselsensor und Vorverstärker mit Amplitudenregelung.

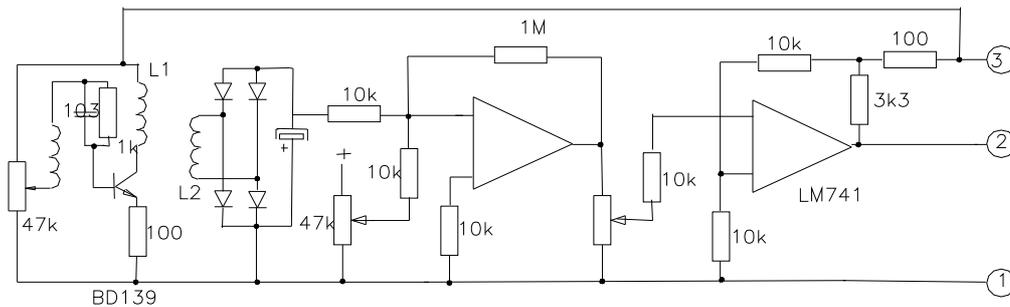


Abb. 6

L_1 = Oszillatorspule

L_2 = Pendelsensorspule/ Sekundärspule

Der Oszillator mit Polarkreiselsensor und Vorverstärker (nach Abb.6) sowie der Amplitudenregelung mussten unmittelbare Nähe der Pendelaufhängung angeordnet werden, damit möglichst geringe Hochfrequenzverluste entstehen.

Durch örtliche Trennung von Oszillator mit Aufhängung, sowie die Steuerung (Abb.5) ist eine optimale Lösung erreicht wurde. Damit wird ein sicherer und störungsfreier Pendelbetrieb in den Polarkoordinaten möglich geworden.

Spannungsversorgung:

230 Volt AC wird mittels externem Netzgerät auf 20 DC herunter transformiert und gleichgerichtet. Der Elektronikteil wird mit 20 Volt DC versorgt und intern auf 8 Volt DC nach Abb.7 stabilisiert

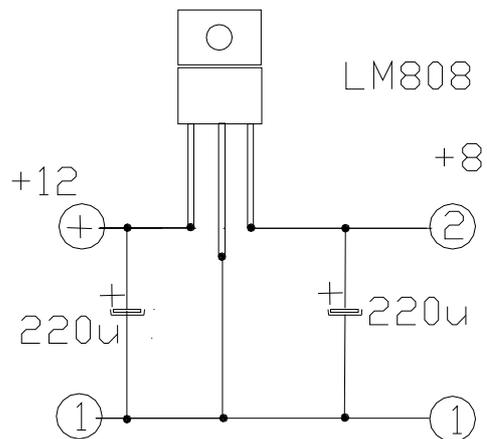


Abb 7

Abkürzungen:

α	=	Polarwinkel
φ	=	Azimutwinkel/Auslenkungswinkel
L	=	Pendellänge
Q	=	Verschiebungsvektor
V	=	Geschwindigkeit
m	=	Masse
l	=	Länge des Pendels
G	=	Schwerkraft / Gewicht
r	=	Kugelradius
D	=	Drehmoment
D_m	=	Minimalkraft
μ	=	Rollreibung
L_1	=	Oszillatorspule
L_2	=	Pendelsensorpule/ Sekundärspule
L_3	=	Pendelspule
L_4	=	Spule zu Pendelstossen

Quellenverzeichnis/Publikation:

Wikipedia

Lajos Bogнар

Lajos Bogнар

Polarkoordinate-Systeme

Mikrooptik/Mikrolinse

Taper-Faserende

